Lessing-Gymnasium Köln

Schulinterner Lehrplan Mathematik

Qualifikationsphasen 1 und 2

Übersicht über die Unterrichtsvorhaben im LK (1) □ GK: siehe Seite 5

<u>1) Unterrichtsvorhaben</u> **Thema:** Vertiefungen zu ganzrationalen Funktionen: Zweite und dritte Ableitung, Steckbriefaufgaben, Parameter) **Zentrale prozessbezogene Kompetenzen:** • Modellieren, Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Fortführung der Differentialrechnung • Funktionen als mathematische Modelle **Zeitbedarf**: GK 29 Std. – LK: 30 Std.	*<u>2) Unterrichtsvorhaben</u>* **Thema:** Mit Integralen Flächen und Volumina (LK) berechnen und Bestände rekonstruieren **Zentrale prozessbezogene Kompetenzen:** • Kommunizieren, Argumentieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltliche Schwerpunkte**: • Grundverständnis des Integralbegriffs • Integralrechnung **Zeitbedarf**: GK: 21 Std. – LK: 31 Std.	*<u>3) Unterrichtsvorhaben</u>* **Thema:** Exponentialfunktion (natürlicher Logarithmus, Ableitungen) **Zentrale prozessbezogene Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Fortführung der Differentialrechnung **Zeitbedarf**: GK: 15 Std. – LK: 26 Std.

4) Unterrichtsvorhaben	5) Unterrichtsvorhaben	6) Unterrichtsvorhaben
Thema: Untersuchung zusammengesetzter Funktionen, höhere Ableitungsregeln **Zentrale prozessbezogene Kompetenzen:** • Argumentieren • Modellieren, Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltliche Schwerpunkte**: • Funktionen als mathematische Modelle • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung **Zeitbedarf**: GK: 16 Std. – LK: 33 Std.	**Thema:** Geraden und Strecken im Raum, Skalarprodukt, Bewegungsaufgaben **Zentrale prozessbezogene Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) • Skalarprodukt **Zeitbedarf**: GK = LK: 20 Std.	**Thema:** Ebenen (Untersuchung geometrischer Objekte) **Zentrale prozessbezogene Kompetenzen:** • Argumentieren • Kommunizieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf**: GK: 18 Std. – LK: 19 Std.

Übersicht über die Unterrichtsvorhaben im LK (2) □ GK: siehe Seite 5.

7) Unterrichtsvorhaben	*8.1) Unterrichtsvorhaben*	*8.2) Unterrichtsvorhaben*
Thema: Ebenen in Koordinaten- und Normalenform; Abstands- und Winkelprobleme (nur LK) **Zentrale prozessbezogene Kompetenzen:** • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Lagebeziehungen und Abstände • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf**: LK: 25 Std.	**Thema:** Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Binomialverteilung, Sigmaregeln **Zentrale prozessbezogene Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen • Problemlösen **Inhaltsfeld**: Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen • Binomialverteilung **Zeitbedarf**: GK: 22 Std. – LK: 24 Std.	**Thema:** Testen von Hypothesen (nur LK) **Zentrale prozessbezogene Kompetenzen:** • Modellieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld**: Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Testen von Hypothesen **Zeitbedarf**: LK: 16 Std.

<u>9) Unterrichtsvorhaben</u> **Thema:** Die Normalverteilung: Verknüpfung von Analysis mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung (nur LK) **Zentrale prozessbezogene Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Normalverteilung **Zeitbedarf**: LK: 15 Std.	*<u>10) Unterrichtsvorhaben</u>* **Thema:** Stochastische Prozesse mit Matrizen beschreiben und voraussagen **Zentrale prozessbezogene Kompetenzen:** • Modellieren • Argumentieren **Inhaltsfeld**: Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Stochastische Prozesse **Zeitbedarf**: GK: 12 Std. – LK: 14 Std.	**Im Grundkurs ist die Reihenfolge der Unterrichtsvorhaben:** 1) Vertiefungen zu ganzrationalen Funktionen 2) Mit Integralen Flächen berechnen und Bestände rekonstruieren 5) Geraden und Strecken im Raum 6) Ebenen 8.1) Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Binomialverteilung, Sigmaregeln 10) Stochastische Prozesse 3) Exponentialfunktionen 4) Zusammengesetzte Funktionen, höhere Ableitungsregeln Die nicht genannten Themen entfallen im GK.

Gesamt: GK: 153 Stunden – LK: 253 Stunden

1) Unterrichtsvorhaben: Vertiefungen zu ganzrationalen Funktionen: Zweite und dritte Ableitung, Steckbriefaufgaben, Parameter		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen**	**Vorhabenbezogene Absprachen**
Die Bedeutung der zweiten Ableitung das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung beschreiben **Neue hinreichende Kriterien** notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten verwenden **Extremwertprobleme mit Nebenbedingungen** Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurückführen und diese lösen **Ganzrationale Funktionen bestimmen** Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben, bestimmen („Steckbriefaufgaben“) **Funktionenscharen** - Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang interpretieren, - Einfluss von Parametern auf Funktionenscharen untersuchen (LK)	**Modellieren** *Strukturieren* Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen, *Mathematisieren* zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten, *Validieren* die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung beurteilen. **Problemlösen** *Erkunden* Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und stellen, einfache und komplexe mathematische Probleme analysieren und strukturieren, die Problemsituation erkennen und formulieren, *Lösen* Ideen für mögliche Lösungswege entwickeln, ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, einschränkende Bedingungen berücksichtigen, einen Lösungsplan zielgerichtet ausführen **Argumentieren** *Begründen* mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen nutzen, vermehrt logische Strukturen berücksichtigen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen), **Werkzeuge nutzen** Digitale Werkzeuge nutzen zum *- Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen,* *- Darstellen von Funktionen (grafisch und als Wertetabelle),* *- zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen,* *- grafischen Messen von Steigungen,* *- Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle*	Dieses Unterrichtsvorhaben ist das erste in einem neu zusammengesetzten Kurs. Es bietet sich die Wiederholung der ersten Ableitung zur Ermittlung von Hoch- und Tiefpunkten an, auch durch eine Gegenüberstellung des „Originalgraphen“ und der Graphen der ersten und zweiten Ableitung. Zu Beginn: Kurze Wiederholung erste Ableitung wird die neue hinreichende Bedingung erarbeitet. Hier sind zahlreiche Argumentationsanlässe gegeben, insbesondere, warum $f'(x) = 0$ nicht ausreicht, warum aus $f''(x) > 0$ kein Tiefpunkt folgt, was aus $f''(x) > 0$ folgt oder wie man Wendepunkte ermittelt. Um die Bedeutung der zweiten Ableitung zu verdeutlichen, bieten sich Weg-Zeit-Funktionen an. Eine Extremwertaufgabe sollte aus einem geometrischen Kontext entnommen werden, etwa die Volumenmaximierung einer Schachtel mit gegebener Ausgangsfläche. Die Maximierung des Flächeninhalts eines Rechtecks unter einer nach unten geöffneten Parabel ist ebenfalls eine typische Extremwertaufgabe, die insbesondere im LK bei den zusammengesetzten Funktionen aufgegriffen werden kann. Anknüpfungspunkte von Funktionenscharen sind die Transformationen. Hier arbeiten Schülerinnen und Schüler mit den Auswirkungen von Parametervariationen auf die Gestalt von Funktionsgraphen. Um Parameter bei Steckbriefaufgaben zu bestimmen, werden Gleichungssysteme gelöst. Dies erfolgt in diesem Unterrichtsvorhaben mit dem Grafikrechner. Beispielaufgabenstellung für den GK: Bestimmen Sie den Parameter a, sodass.... - der Graph der Funktionenschar durch den Punkt P(x|y) geht - die Funktion an der Stelle x den Wert y annimmt. Im LK werden Ortskurven ausgezeichneter Punkte behandelt.

2) Unterrichtsvorhaben: Mit Integralen Flächen und Volumina (LK) berechnen und Bestände aus Änderungsraten rekonstruieren

Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen
Rekonstruieren einer Größe („Wirkung“) - Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe interpretieren, - die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext deuten, - zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion skizzieren **Das Integral** an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs erläutern und vollziehen **Hauptsatz** - geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion erläutern (LK), - den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs begründen (LK) **Stammfunktionen bestimmen** - Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen bestimmen, - die Intervalladditivität und Linearität von Integralen nutzen **Integral und Flächeninhalt** - den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate (LK oder der Randfunktion) ermitteln, - Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten (LK: und uneigentlichen) Integralen ermitteln, - Integrale mithilfe von gegebenen (LK: oder Nachschlagewerken entnommenen) Stammfunktionen und numerisch bestimmen. **Integralfunktion** den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion erläutern **Unbegrenzte Flächen - Uneigentliche Integrale** Flächeninhalte mithilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen bestimmen (LK) **Integral und Rauminhalt** Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen bestimmen (LK)	**Argumentieren** *Vermuten* Vermutungen aufstellen, beispielgebunden unterstützen und mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur präzisieren, *Begründen* Zusammenhänge zwischen Begriffen herstellen (Ober-/Unterbegriff) vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise erklären **Kommunizieren** *Rezipieren* Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus authentischen Texten, mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen erfassen, strukturieren und formalisieren, Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren beschreiben, mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen erläutern. *Produzieren* eigene Überlegungen formulieren und eigene Lösungswege beschreiben, begründet eine geeignete Darstellungsform auswählen, flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen wechseln, Arbeitsschritte nachvollziehbar dokumentieren, Ausarbeitungen erstellen und präsentieren **Werkzeuge nutzen** *Digitale Werkzeuge nutzen zum* - Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse, - Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrales, Mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen nutzen	Integrale werden in zwei Zielrichtungen eingesetzt: Zu einer Rekonstruktion des Gesamtbestandes, wenn eine Änderungsrate vorgegeben ist und zu einer Flächenberechnung. Wenn man von einer Zeit – Geschwindigkeitsfunktion ausgeht, so liegt es für Schülerinnen und Schüler nahe, dass man den Weg durch die Umkehrung der Ableitung, also durch integrieren, ermitteln kann. Wenn man den Weg durch Durchschnittsgeschwindigkeiten verschiedener Intervalle abschätzt, ist der Bezug zur Flächenberechnung gegeben, denn das Produkt aus Durchschnittsgeschwindigkeit und Fläche kann als ein Rechteck gedeutet werden. Von dieser Basis aus kann der Hauptsatz anschaulich begründet werden. Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. (z. B. durch ein sog. Funktionendomino) Die Erläuterungen der Zusammenhänge zwischen Integralfunktion und Integrandfunktion bietet schöne Gelegenheiten zur Argumentation. Dabei werden Schülerinnen und Schüler für den Begriff der Flächenbilanz sensibilisiert. Ein besonderes Augenmerk ist auf die Differenzfunktion zu legen. Sie spielt bei der Berechnung der Fläche eine Rolle, die von zwei Funktionsgraphen eingeschlossen wird. Sie ist aber auch Ausgangspunkt für ein Extremwertproblem und bietet Gelegenheit zum Begründen. Im LK entdecken Schülerinnen und Schüler die interessante Tatsache, dass eine in Richtung der x- oder in Richtung der y-Achse unbeschränkte Fläche bezüglich ihres Flächeninhalts beschränkt sein kann. Bei der Berechnung von Rotationskörpern im LK ist eine gute Gelegenheit gegeben, Funktionsgraphen zu modellieren, etwa um das Volumen eines Glases oder eines Zeppelins zu bestimmen.

3) Unterrichtsvorhaben: Exponentialfunktion, natürlicher Logarithmus, Ableitungen

Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen
Wiederholung aus der Eph. Eigenschaften von Exponentialfunktionen beschreiben **Die natürliche Exponentialfunktion und ihre Ableitung** - die Ableitung der natürlichen Exponentialfunktion bilden, - die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion beschreiben und begründen (begründen: LK), - die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen deuten (LK) **Natürlicher Logarithmus – Ableitung von Exponentialfunktionen** - die Ableitung von Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis bilden, - in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen und deren Ableitung bilden **Exponentielles Wachstum** Wachstums- und Zerfallsvorgänge mit Hilfe funktionaler Ansätze untersuchen **Beschränktes Wachstum (LK)** Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen verwenden und die Qualität der Modellierung exemplarisch mit begrenztem Wachstum vergleichen **Logarithmusfunktion und Umkehrfunktion (LK)** die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion nutzen	**Modellieren** *Strukturieren* – Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen *Validieren* – die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung beurteilen, aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung verbessern, die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen An-nahmen reflektieren **Problemlösen** *Erkunden* – Muster und Beziehungen erkennen, Informationen recherchieren Lösen – ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen einschränkende Bedingungen berücksichtigen **Argumentieren** *Vermuten* – Vermutungen aufstellen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren *Begründen* – math. Regeln und Sätze für Begründungen nutzen *Beurteilen* – überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können, Argumentationsketten hinsichtlich ihrer Reichweite und Übertragbarkeit beurteilen **Werkzeuge nutzen** *Digitale Werkzeuge nutzen zum* - Darstellen von Funktionen (graphisch und als Wertetabelle), grafischen Messen von Steigungen, - berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle Die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge reflektieren und begründen	Zu Beginn des Unterrichtvorhabens sollte eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen stehen (Wachstum und Zerfall). Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen werden durch den GTR unterstützt. Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. (GTR: bspw. Tabellenkalkulation) Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen. Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis e zurückzuführen. Mit Hilfe der Kettenregel im nachfolgenden Unterrichtsvorhaben können dann auch allgemeine Exponentialfunktionen sowie die ln-Funktion abgeleitet werden.

4) Unterrichtsvorhaben: Untersuchung zusammengesetzter Funktionen, höhere Ableitungsregeln		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen**	**Vorhabenbezogene Absprachen**
Zusammengesetzte Funktionen - in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen bilden (Summe, Produkt, Verkettung), - Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurückführen **Ableitungsregeln, insbesondere bei zusammengesetzten Funktionen** - die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen anwenden, - die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen anwenden, - die Ableitungen von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten bilden, - die Ableitungen von Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten bilden (LK), - die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen anwenden (LK), - mit Hilfe der Kettenregel die Ableitungsfunktion allgemeiner Exponentialfunktionen ermitteln (LK), - Wh.: notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten verwenden **Parameter** - den Einfluss von Parametern auf Eigenschaften von Funktionenscharen untersuchen (LK), - Parameter von Funktionen im Kontext interpretieren **ln-Funktion** - mit Hilfe der Kettenregel die Ableitungsfunktion der ln-Funktion ermitteln (LK), - die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion $f(x) = 1/x$ nutzen (LK)	**Problemlösen** *Lösen* heuristische Strategien und Prinzipien nutzen, Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen **Argumentieren** *Vermuten* Vermutungen aufstellen, beispielgebunden unterstützen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren, *Begründen* math. Regeln und Sätze für Begründungen nutzen sowie Argumente zu Argumentationsketten verknüpfen, verschiedene Argumentationsstrategien nutzen *Beurteilen* lückenhafte Argumentationsketten erkennen und vervollständigen, fehlerhafte Argumentationsketten erkennen und korrigieren **Kommunizieren** *Produzieren* eigene Überlegungen formulieren und eigene Lösungswege beschreiben, Fachsprache und fachspezifische Notation verwenden, **Werkzeuge nutzen** *Digitale Werkzeuge nutzen zum* - zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, - grafischen Messen von Steigungen, - Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge reflektieren und begründen.	An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet. Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereichs oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen. Im LK werden in diesem Unterrichtsvorhaben Funktionenscharen aufgegriffen, wiederholt und durch Berücksichtigung einer komplexeren Funktionenklasse vertieft. Dabei lernen Schülerinnen und Schüler Parameter insbesondere so zu wählen, dass die entsprechende Funktion über bestimmte, z.B. in einem Text, in Formeln oder einer Grafik festgelegten, Eigenschaften verfügt. Ein schönes Beispiel dafür bietet die Sauerstoffproduktion einer Buche, eine Aufgabe aus dem Haupttermin aus dem Jahr 2007.

5) Unterrichtsvorhaben: Geraden und Strecken im Raum, Skalarprodukt, Bewegungsaufgaben		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen**	**Vorhabenbezogene Absprachen**
Wiederholung Punkte im Raum, Vektoren, Rechnen mit Vektoren **Geraden und Strecken im Raum** - Geraden in Parameterform darstellen, - den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext interpretieren, - Strecken in Parameterform darstellen **Gegenseitige Lage von Geraden** - die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen interpretieren, - Lagebeziehungen zwischen Geraden untersuchen, - Schnittpunkte von Geraden berechnen und sie im Sachkontext deuten **Zueinander orthogonale Vektoren – Skalarprodukt** das Skalarprodukt geometrisch deuten und es berechnen **Winkel zwischen Vektoren – Skalarprodukt** mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum untersuchen (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)	**Modellieren** *Strukturieren* zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung erfassen und strukturieren, Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen, *Mathematisieren* zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe math. Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des math. Modells erarbeiten, *Validieren* die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung beurteilen, aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung verbessern **Werkzeuge nutzen** Geodreiecke, geometrische Modelle und dynamische Geometrie-Software nutzen; *Digitale Werkzeuge nutzen zum* - grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden, - Darstellen von Objekten im Raum	Im GK: Ein kurzer Rückblick auf das gelernte aus der Eph. z.B. durch „Ich sehe was, was Du nicht siehst“ als Einstieg der Wiederholung (siehe Curriculum Eph.) unter http://ne.lo-net2.de/selbstlernmaterial/m/ag/pk3/pk3_ab2.pdf kann eine Aufgabe zur Orientierung im Raum mittels Koordinaten eingesehen werden. Bei der rein geometrischen Fragestellung, wie eine Gerade zu beschreiben ist, sollte auf unterschiedliche Vorgaben eingegangen (z.B. zwei Punkte bzw. Punkt und Richtung) werden. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. (Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden.) Solche Darstellungen sollten geübt werden. Lineare Bewegungen können z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt werden. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. Die Interpretation der Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme kann im direkten Zusammenhang zur Untersuchung der Lagebeziehungen von Geraden behandelt werden. Z.B. durch die Untersuchung von zwei Flugbahnen evtl. unter Einbeziehung der 3D Modelle oder digitaler grafischer Darstellung. Die geometrische Deutung des Skalarprodukts kann kurz gehalten werden. Schwierigkeiten bereitet oftmals, dass die Multiplikation zweier Vektoren eine Zahl und kein Vektor ist. Dies sollte gründlich geübt werden. Bei der Untersuchung geometrischer Objekte kann an die Längenberechnung von Vektoren mittels des Satzes von Pythagoras (Eph.) angeknüpft werden.

6) Unterrichtsvorhaben: lineare Gleichungssysteme, Ebenen, Flächen, Lagebeziehungen

Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen
Das Gauß-Verfahren - lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise darstellen, - den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme beschreiben, - den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten anwenden, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind **Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme** die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen interpretieren **Ebenen im Raum – Parameterform** Ebenen in Parameterform darstellen **Lagebeziehungen** - Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen untersuchen, - Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen berechnen und sie im Sachkontext deuten **Geometrische Objekte und Situationen im Raum** - Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen berechnen und sie im Sachkontext deuten, - geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform darstellen (LK)	**Problemlösen** *Erkunden*: wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen *Lösen*: Ideen für mögliche Lösungswege entwickeln Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...]Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, […])nutzen, einen Lösungsplan zielgerichtet ausführen, *Reflektieren*: verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten vergleichen, Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz beurteilen und optimieren, Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren. **Kommunizieren** *Produzieren*: die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang verwenden, begründet eine geeignete Darstellungsform auswählen, Arbeitsschritte nachvollziehbar dokumentieren, Ausarbeitungen erstellen und präsentieren *Diskutieren*: ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität vergleichen und beurteilen. **Werkzeuge nutzen** *Digitale Werkzeuge nutzen zum* - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen, - Darstellen von Objekten im Raum	Um Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme zu verstehen, müssen Schülerinnen und Schüler zu der Kenntnis gebracht werden, dass eine Gleichung mit drei Unbekannten im IR^3 (in Analogie zu einer Gleichung mit zwei Unbekannten im IR^2) eine Ebene beschreibt. Eine geistige Durchdringung dieser Tatsache erfolgt im Leistungskurs im Unterrichtsvorhaben sieben. Nun werden die Fälle der eindeutigem Lösbarkeit, der Lösungsmenge mit unendlich vielen Elementen, die – wenn man sie mit Punkten identifiziert – entweder auf einer Gerade oder einer Ebene liegen und die leere Lösungsmenge erarbeitet. Wichtig dabei ist, dass Schülerinnen stets einen Zusammenhang zwischen Lösungsmenge, rechnerisches Merkmal des entsprechenden Falles und eine Skizze vor Augen haben. Da Schülerinnen und Schüler mit dem GTR ein Werkzeug zur Ermittlung der Lösungen eines LGS zur Verfügung steht (rief-Befehl!), sollte nicht übermäßig viel Zeit auf die rechnerische Lösung verwendet werden. Eine schöne Möglichkeit, Geraden und Ebenen in Parameterform einzuführen besteht darin, beispielsweise mehrere Punkte eines Raumes (Abbildung in Lehrwerken) zu notieren, wobei das Beispiel so gewählt wird, dass sich nur eine Koordinate verändert. Diese wird dann durch einen Parameter ersetzt, so dass im Prinzip die Parameterform vorliegt. Auf diese Weise kann auch z.B. eine rückwärtige Wand oder die Decke als Ausschnitte von Ebenen beschrieben werden. Die Einschränkung der Definitionsmenge der Parameter führt dann zu Strecken bzw. Flächen. Eine gegenüber der Berechnung von Durchstoßpunkten von Geraden und Ebenen fortgeschrittene Aufgabe ist die nachfolgende Entscheidung, ob der Schnittpunkt innerhalb einer bestimmten Fläche liegt.

7) Unterrichtsvorhaben: Ebenen in Koordinaten- und Normalenform; Abstands- und Winkelprobleme (nur LK)		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen**	**Vorhabenbezogene Absprachen**
Normalengleichung und Koordinatengleichung - Ebenen in Koordinatenform darstellen, - Ebenen in Normalenform darstellen und diese zur Orientierung im Raum nutzen **Lagebeziehungen** Ebenen in Normalenform darstellen und diese zur Orientierung im Raum nutzen **Abstand zu einer Ebene** Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen bestimmen **Abstand eines Punktes von einer Geraden** Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen bestimmen **Abstand windschiefer Geraden** Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen bestimmen **Schnittwinkel** mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum untersuchen (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)	**Problemlösen** *Erkunden* wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen *Lösen* Ideen für mögliche Lösungswege entwickeln Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...]Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, […])nutzen, einen Lösungsplan zielgerichtet ausführen, *Reflektieren* verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten vergleichen, Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz beurteilen und optimieren, Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren. **Kommunizieren** *Produzieren* die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang verwenden, begründet eine geeignete Darstellungsform auswählen, Arbeitsschritte nachvollziehbar dokumentieren, Ausarbeitungen erstellen und präsentieren *Diskutieren* ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität vergleichen und beurteilen. **Werkzeuge nutzen** *Digitale Werkzeuge nutzen zum* - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen, - Darstellen von Objekten im Raum	Der Abstand zwischen Punkt und Ebene soll zunächst mit Hilfsgerade und Fußpunkt ermittelt werden, eine schöne Aufgabe, bei der Schülerinnen und Schüler einen komplexeren Lösungsweg finden und eine informative Skizze einsetzen können. Dies wird ausgeweitet zu der üblichen Spiegelungsproblematik. Die beiden Abstandsprobleme Punkt – Gerade und Gerade – Gerade sind ebenfalls hervorragend zur Schulung von Problemlösefähigkeiten geeignet. Wenn Zeit bleibt, kann der Abstand zwischen Punkt und Gerade auch mit Hilfe des Satzes von Pythagoras und analytischen Hilfsmitteln behandelt werden, so dass eine Brücke zur Analysis geschlagen wird. Aus ökonomischen Gründen lernen Schülerinnen und Schüler, wie man diesen Abstand auch mit der Hesseschen Normalenform berechnen kann. Dabei kann man gut an der geometrischen Bedeutung des Skalarprodukts anknüpfen. Zur Berechnung eines Normalenvektors verwenden Schülerinnen und Schüler das Vektorprodukt. Dies kann auch genutzt werden, um Flächeninhalte von Parallelogrammen und Dreiecken oder Rauminhalte vom Spat oder der Pyramide zu berechnen.

8.1) Unterrichtsvorhaben: Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Binomialverteilung, Sigmaregeln

Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen
Daten darstellen und durch Kenngrößen beschreiben Lage- und Streumaße von Stichproben untersuchen **Erwartungswert und Standardabweichung von Zufallsgrößen** - den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen erläutern, - den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen bestimmen und damit prognostische Aussagen treffen **Bernoulli-Experimente, Binomialverteilung** **-** Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente verwenden, - die Binomialverteilung erklären und damit Wahrscheinlichkeiten berechnen, - die kombinatorische Bedeutung der Binomialkoeffizienten erklären (LK) **Sigmaregeln** - den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung beschreiben, - die Sigma-Regeln für prognostische Aussagen nutzen (LK)	**Modellieren** *Strukturieren* zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf konkrete Fragestellungen erfassen und strukturieren, Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen, *Mathematisieren* zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten, *Validieren* die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter […] Modelle für die Fragestellung beurteilen, **Problemlösen** *Erkunden* Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und stellen, *Reflektieren* die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen, Ergebnisse vor dem Hintergrund der Fragestellung interpretieren **Kommunizieren** *Diskutieren* zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung nehmen, Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbeiführen **Werkzeuge nutzen** *Digitale Werkzeuge nutzen zum* - Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten, - Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, - Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, - Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomial-verteilten Zufallsgrößen	Zunächst werden die Begriffe Zufallsvariable, Wahrscheinlichkeitsverteilung sowie Erwartungswert aus dem vierten Unterrichtsvorhaben aus der Eph. wiederholt. Dies ist zum Beispiel im Glücksspielkontext gut möglich. Außerdem bieten sich Erwartungswertbetrachtungen bei dreimaligen Ziehen mit und ohne zurücklegen an, denn die dabei wiederholten Pfadregeln sind unverzichtbar für das Verständnis der Binomialverteilung. Neu hinzu kommen die Kenngrößen Varianz und Standardabweichung, mit denen man in der Glücksspielthematik einen Zusammenhang zur Risikofreude des Spielers herstellen kann. Das Verständnis der Standardabweichung als ein Maß der „Breite“ der Verteilung ist notwendig, um die Stimmigkeit der Sigmaregeln einzusehen und für den LK um die Wirkung des Parameters σ bei der Normalverteilung einzusehen. Im Leistungskurs soll verstärkt auf die Unterschiede der Modelle „Ziehen mit Zurücklegen“ (z.B. praktisch vorhanden bei sehr großer Grundgesamtheit) und „Ziehen ohne Zurücklegen“ (z.B. in einer Kiste sind 20 Handys, 8 defekt und es werden 4 Handys entnommen) eingegangen werden. Eine wirkungsvolle Deutung des Binomialkoeffizienten $\binom{n}{k}$ ist die Anzahl der Möglichkeiten, k Kreuze in n Felder zu setzen. Wenn man ein Kreuz mit „gehe in einem Baumdiagramm nach unten“ und ein Feld mit einer Stufe des Baumdiagramms identifiziert, ist der Bezug zur Binomialverteilung gegeben. In diesem Unterrichtsvorhaben sollen Schülerinnen und Schüler natürlich auch befähigt werden, Wahrscheinlichkeiten binomialverteilter Zufallsgrößen mit der Spezialfunktion des Graphikrechners zu ermitteln.

8.2) Unterrichtsvorhaben: Testen von Hypothesen (nur LK)

Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen
Zweiseitiger Signifikanztest Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse interpretieren **Einseitiger Signifikanztest** Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse interpretieren **Fehler beim Testen von Hypothesen** Fehler 1. und 2. Art beschreiben und beurteilen	**Modellieren** *Strukturieren* zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf konkrete Fragestellungen erfassen und strukturieren *Mathematisieren* zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten. **Problemlösen** *Erkunden* Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und stellen, *Reflektieren* die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen, Ergebnisse vor dem Hintergrund der Fragestellung interpretieren Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung variieren **Argumentieren** *Beurteilen* lückenhafte Argumentationsketten erkennen und vervollständigen, fehlerhafte Argumentationsketten erkennen und korrigieren, überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können, Argumentationsketten hinsichtlich ihrer Reichweite und Übertragbarkeit beurteilen **Kommunizieren** *Diskutieren* zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung nehmen, Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbeiführen	In diesem Unterrichtsvorhaben sollen Schülerinnen und Schüler befähigt werden, zu berechnen, ab wann eine Abweichung von einem erwarteten Ergebnis als signifikant anzusehen ist. Dabei kann man zwei Sorten Fehler begehen: Man kann eine richtige Nullhypothese zu Unrecht ablehnen (Fehler 1. Art) oder eine falsche Nullhypothese nicht als falsch erkennen (Fehler 2. Art). Schülerinnen und Schüler lernen, dass es nicht möglich ist, beide Fehler gleichzeitig zu verkleinern, wenn man nicht eine Erhöhung der Stichprobenanzahl in Kauf nimmt. Die Darstellung der Verteilung der Zufallsgröße – vorausgreifend als Form der Gaußschen Glockenkurve – ist unerlässlich für das Verständnis von Nullhypothese, Gegenhypothese, und der beiden Fehler. Im Gegensatz zu den Standardaufgaben des vorangegangenen Unterrichtsvorhabens wird hier nicht zu gegebenen Grenzen eine Wahrscheinlichkeit berechnet, sondern umgekehrt zu gegebenen Wahrscheinlichkeiten Grenzen (des Ablehnungsbereiches). Da der Grafikrechner diese Aufgabe unterstützt (Menü Statistik – DIST – BINOMIAL – INVB) entfällt die Erklärung der Arbeit mit Papierlisten. Je nach Interesse des Fragestellers werden unterschiedliche Hypothesen geprüft. Ein Beispiel dafür ist in der Haupttermin-Aufgabe des Zentralabiturs 2007 zu finden.

9) Unterrichtsvorhaben: Die Normalverteilung: Verknüpfung von Analysis mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung (nur LK)

Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen
Stetige Zufallsgrößen: Verknüpfung der Integralrechnung und der Wahrscheinlichkeitsrechnung diskrete und stetige Zufallsgrößen unterscheiden und die Verteilungsfunktion als Integralfunktion deuten **Die Analysis der Gaußschen Glockenfunktion** den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung beschreiben und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gauß'sche Glockenkurve) **Normalverteilung, Satz von de Moivre-Laplace** stochastische Situationen untersuchen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen	**Modellieren** *Strukturieren* zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf konkrete Fragestellungen erfassen und strukturieren *Mathematisieren* zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten. **Problemlösen** *Erkunden* Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und stellen *Reflektieren* die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen, Ergebnisse vor dem Hintergrund der Fragestellung interpretieren Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren **Kommunizieren** *Diskutieren* zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung nehmen, Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbeiführen **Werkzeuge nutzen** *Digitale Werkzeuge nutzen zum* Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen	Größen, Gewichte, der Intelligenzquotient oder Fehler bei der Fertigung von Verbindungselementen sind Beispiele für Zufallsgrößen, die theoretisch reellwertig, also stetig sind. Bei diesen Beispielen können Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Normallverteilung berechnet werden. Damit die Normalverteilung zu der jeweiligen Zufallsgröße passt, müssen die beiden Parameter μ und σ variiert werden. Hierbei werden Elemente des Themas „Transformationen" wiederholt. Mit der Berechnung von Eigenschaften des Graphen der Normalverteilung werden ebenfalls Elemente der Analysis wiederholt. Um zu zeigen, dass die Normalverteilung nicht nur zur Beschreibung der Verteilung bestimmter stetiger Zufallsgrößen geeignet ist, sondern auch zur Annäherung der Binomialverteilung, wird auf die Variation der Parameter n und p und deren Auswirkung auf die graphisch ausgewertete Gestalt der Verteilung aus Unterrichtsvorhaben 8.1 zurückgegriffen.

10) Unterrichtsvorhaben: Stochastische Prozesse mit Matrizen beschreiben und voraussagen		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen**	**Vorhabenbezogene Absprachen**
Stochastische Prozesse - Stochastische Matrizen stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen beschreiben **Matrizen multiplizieren und Grenzverhalten bestimmen** die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse verwenden (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)	**Modellieren** *Strukturieren* Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen, *Mathematisieren* einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zuordnen **Problemlösen** *Erkunden* eine gegebene Problemsituation analysieren und strukturieren, heuristische Hilfsmittel auswählen, um die Situation zu erfassen, Muster und Beziehungen erkennen **Werkzeuge nutzen** *Digitale Werkzeuge nutzen zum* Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen Die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge reflektieren und begründen.	Im Vergleich zum Vorgänger-Lehrplan ist die Grundlage der zu betrachtenden Matrizen auf stochastische Matrizen eingeschränkt worden. Schülerinnen und Schüler sollen stochastische Übergangsmatrizen aus einem Text oder einem Übergangsgraphen aufstellen können. Als Anwendung von linearen Gleichungssystemen kann eine Vorverteilung (optional) bestimmt werden. Mit dem „Rref-Befehl" erhalten die Schülerinnen und Schüler ein mächtiges Werkzeug, um stabile Verteilungen zu bestimmen. Optional können zyklische Matrizen thematisiert werden, damit Schülerinnen und Schüler Beispiele für Systeme erhalten, die nicht gegen einen stabilen Zustand konvergieren.

Schulbuch: Lambacher Schweizer - Ausgabe Nordrhein-Westfalen – Mathematik Qualifikationsphase Leistungskurs und Grundkurs (Gesamtband), ab 1. Auflage 2015.
Die Aspekte zur Leistungsbewertung sind in dem Leistungskonzept der Fachschaft Mathematik gesondert aufgeführt.